

Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования  
«Белорусский государственный университет информатики  
и радиоэлектроники»

Кафедра систем управления

## **ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ**

по курсу «Математические основы теории систем» для студентов специальности I-53 01 07 «Информационные технологии и управление в технических системах» заочной формы обучения

Минск 2020

## ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ

### Задание 1. Элементы теории графов

Связный ориентированный граф  $G(X, \Gamma)$  задан множеством вершин  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  и отображением  $\Gamma x_i, i = 1, 2, \dots, n$ , где  $i$  – текущий номер вершины,  $n$  – количество вершин графа.

Значение индексов  $n$ , вид закона отображения  $\Gamma x_i, K$  и  $L$  взять из таблицы 1.1 в соответствии с номером варианта.

Выполнить следующие действия:

а) определить исходный граф и ассоциированный с ним неориентированный граф аналитическим, графическим и матричным способами; установить центры и периферийные вершины графов, найти радиусы и диаметры;

б) описать систему уравнений, соответствующую сигнальному графу, считая, что передача между вершинами  $x_i$  и  $x_j$  определяется как

$$K_{ij} = \begin{cases} i*j & \text{при } i \geq j; \\ 1/(p+1) & \text{при } i < j. \end{cases}$$

Найти передачу между вершинами  $x_1$  и  $x_n$ , используя правило Мезона. Построить структуру кибернетической системы, определяемой топологией графа.

в) определить количество покрывающих деревьев, которые можно построить на неориентированном графе. Найти эти деревья.

г) для одного из деревьев записать код Прюфера для некорневого дерева;

д) представить дерево в корневой форме и записать код дерева.

Таблица 1.1-Варианты заданий

| № варианта | $N$ | $K$ | $L$ | $\Gamma x_i$                                    |
|------------|-----|-----|-----|---|
| 1          | 5   | 1   | 2   | $\Gamma x_i = \{x_{i+K}, x_{ i \pm L }\}$       |
| 2          | 5   | 1   | 3   | $\Gamma x_i = \{x_{i+K}, x_{ i \pm L }\}$       |
| 3          | 5   | 1   | 4   | $\Gamma x_i = \{x_{i+K}, x_{ i \pm L }\}$       |
| 4          | 5   | 2   | 1   | $\Gamma x_i = \{x_{ i \pm K }, x_{i+L}\}$       |
| 5          | 5   | 1   | 2   | $\Gamma x_i = \{x_{ i \pm K }, x_{ i \pm L }\}$ |
| 6          | 5   | 1   | 3   | $\Gamma x_i = \{x_{ i \pm K }, x_{ i \pm L }\}$ |
| 7          | 5   | 1   | 4   | $\Gamma x_i = \{x_{ i \pm K }, x_{ i \pm L }\}$ |
| 8          | 5   | 3   | 1   | $\Gamma x_i = \{x_{ i \pm K }, x_{i+L}\}$       |
| 9          | 5   | 1   | 2   | $\Gamma x_i = \{x_{ i \pm K }, x_{i+L}\}$       |
| 10         | 5   | 1   | 3   | $\Gamma x_i = \{x_{ i \pm K }, x_{i+L}\}$       |
| 11         | 6   | 1   | 2   | $\Gamma x_i = \{x_{i+K}, x_{ i \pm L }\}$       |

|    |   |   |   |  |
|----|---|---|---|--|
| 12 | 6 | 1 | 3 | $\Gamma x_i = \{x_{i+K}, x_{ i\pm L}\}$      |
| 13 | 6 | 1 | 4 | $\Gamma x_i = \{x_{i+K}, x_{ i\pm L}\}$      |
| 14 | 6 | 2 | 1 | $\Gamma x_i = \{x_{ i\pm K }, x_{i+L}\}$     |
| 15 | 6 | 1 | 2 | $\Gamma x_i = \{x_{ i\pm K }, x_{ i\pm L}\}$ |
| 16 | 6 | 1 | 3 | $\Gamma x_i = \{x_{ i\pm K }, x_{ i\pm L}\}$ |
| 17 | 6 | 1 | 4 | $\Gamma x_i = \{x_{ i\pm K }, x_{ i\pm L}\}$ |
| 18 | 6 | 3 | 1 | $\Gamma x_i = \{x_{ i\pm K }, x_{i+L}\}$     |
| 19 | 6 | 1 | 2 | $\Gamma x_i = \{x_{ i\pm K }, x_{i+L}\}$     |
| 20 | 6 | 1 | 3 | $\Gamma x_i = \{x_{ i\pm K }, x_{i+L}\}$     |

## Задание 2. Анализ сетей Петри

Сеть Петри задана графически (рис. 2.1-2.8).

Выполнить следующие действия:

1. Описать сеть аналитическим и матричным способами.
2. Проверить условия срабатывания каждого из переходов и найти новые маркировки, к которым приведет срабатывание соответствующих переходов.
3. Построить дерево достижимости заданной сети. (3-5 яруса)

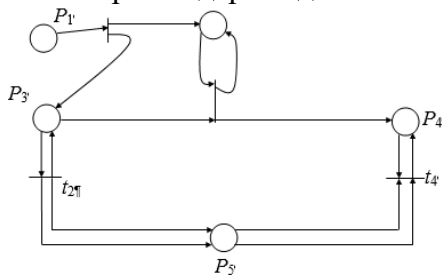


Рисунок 2.1

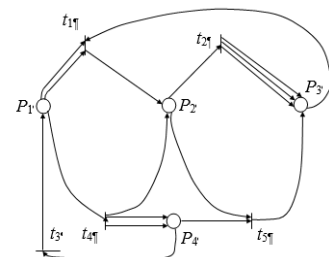


Рисунок 2.2

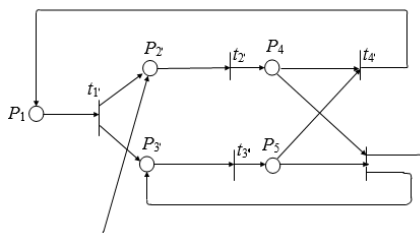


Рисунок 2.3

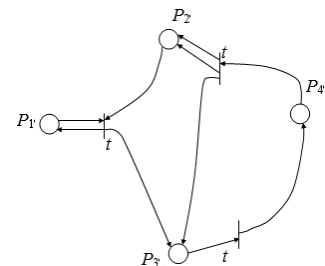


Рисунок 2.4

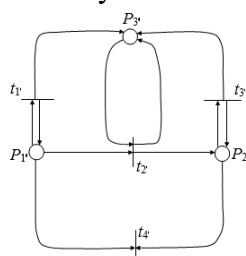


Рисунок 2.5

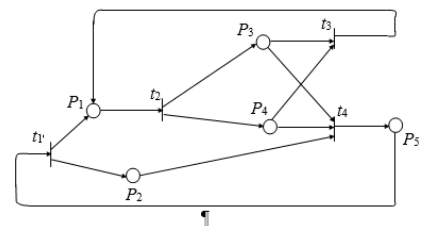


Рисунок 2.6

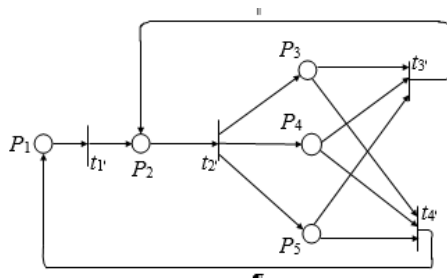


Рисунок 2.7

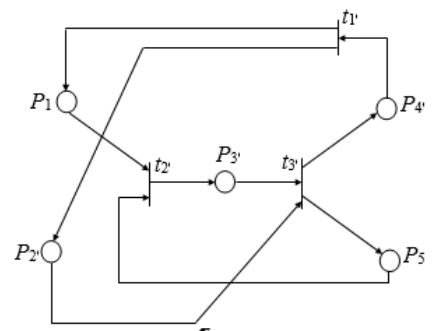


Рисунок 2.8

Таблица 2.1-Варианты заданий

| № варианта | 1        | 2        | 3        | 4        | 5        | 6        | 7        | 8        | 9        | 10       |
|------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| $\mu_1$    | 0        | 1        | 2        | 0        | 0        | 0        | 3        | 1        | 3        | 1        |
| $\mu_2$    | 1        | 3        | 1        | 1        | 3        | 4        | 1        | 2        | 2        | 1        |
| $\mu_3$    | 2        | 1        | 2        | 2        | 1        | 1        | 3        | 3        | 2        | 2        |
| $\mu_4$    | 2        | 1        | 0        | 1        | 2        | 3        | 2        | -        | 0        | 1        |
| $\mu_5$    | 1        | 2        | 3        | 3        | 1        | -        | -        | -        | 1        | 1        |
| № рисунка  | Рис. 2.1 | Рис. 2.3 | Рис. 2.6 | Рис. 2.7 | Рис. 2.8 | Рис. 2.2 | Рис. 2.4 | Рис. 2.5 | Рис. 2.7 | Рис. 2.1 |
| № варианта | 11       | 12       | 13       | 14       | 15       | 16       | 17       | 18       | 19       | 20       |
| $\mu_1$    | 1        | 1        | 1        | 0        | 0        | 0        | 3        | 1        | 1        | 1        |
| $\mu_2$    | 0        | 3        | 1        | 1        | 2        | 2        | 1        | 2        | 2        | 1        |
| $\mu_3$    | 2        | 1        | 2        | 2        | 1        | 1        | 1        | 1        | 2        | 2        |
| $\mu_4$    | 2        | 0        | 0        | 1        | 1        | 3        | 2        | -        | 0        | 0        |
| $\mu_5$    | 1        | 2        | 3        | 3        | 1        | -        | -        | -        | 1        | 1        |
| № рисунка  | Рис. 2.1 | Рис. 2.3 | Рис. 2.6 | Рис. 2.7 | Рис. 2.8 | Рис. 2.2 | Рис. 2.4 | Рис. 2.5 | Рис. 2.7 | Рис. 2.1 |

### Задание 3. Элементы математической логики. Комбинаторные системы управления

**Задание 1.** Осуществить синтеза преобразователя кода Грея (входные сигналы  $X_1, X_2, X_3, X_4$ ) в арифметический двоичный код (выходные сигналы -  $Y_1, Y_2, Y_3, Y_4$ ). Такой преобразователь служит для согласования сигналов кодового датчика положения с микропроцессорной системой управления, ведущей обработку числовой информации в двоичном арифметическом коде. Приведена таблица истинности (таблица 3.1).

Комбинации соответствуют сигналам, которые должны формироваться на выходе преобразователя кода при подаче на его вход сигналов кода Грея, формируемых датчиком положения.

Таблица 3.1

| Позиция | Входные сигналы |    |    |    | Выходные сигналы |    |    |    |
|---------|-----------------|----|----|----|------------------|----|----|----|
|         | X1              | X2 | X3 | X4 | Y1               | Y2 | Y3 | Y4 |
| 0       | 0               | 0  | 0  | 1  | 0                | 0  | 0  | 0  |
| 1       | 0               | 1  | 0  | 1  | 0                | 0  | 0  | 1  |
| 2       | 0               | 1  | 0  | 0  | 0                | 0  | 1  | 0  |
| 3       | 1               | 1  | 0  | 0  | 0                | 0  | 1  | 1  |
| 4       | 1               | 1  | 0  | 1  | 0                | 1  | 0  | 0  |
| 5       | 1               | 0  | 0  | 1  | 0                | 1  | 0  | 1  |
| 6       | 1               | 0  | 0  | 0  | 0                | 1  | 1  | 0  |
| 7       | 1               | 0  | 1  | 0  | 0                | 1  | 1  | 1  |
| 8       | 1               | 0  | 1  | 1  | 1                | 0  | 0  | 0  |
| 9       | 1               | 1  | 1  | 1  | 1                | 0  | 0  | 1  |
| 10      | 1               | 1  | 1  | 0  | 1                | 0  | 1  | 0  |
| 11      | 0               | 1  | 1  | 0  | 1                | 0  | 1  | 1  |
| 12      | 0               | 1  | 1  | 1  | 1                | 1  | 0  | 0  |
| 13      | 0               | 0  | 1  | 1  | 1                | 1  | 0  | 1  |
| 14      | 0               | 0  | 1  | 0  | 1                | 1  | 1  | 0  |
| 15      | 0               | 0  | 0  | 0  | 1                | 1  | 1  | 1  |

1. Записать СДНФ и СКНФ для выходных сигналов Y1, Y2, Y3, Y4 согласно таблице с вариантами заданий.

2. Осуществить минимизацию полученных логических функций с использованием карт Карно.

3. Построить комбинационную схему преобразователя в заданном в таблице 4.3 базисе.

**Задание 2.** Осуществить синтеза преобразователя двоичный код (входные сигналы X1, X2, X3, X4) в кода Грея (выходные сигналы - Y1, Y2, Y3, Y4). Таблица истинности приведена в таблице 3.2.

Комбинации соответствуют сигналам, которые должны формироваться на выходе преобразователя кода при подаче на его вход сигналов двоичного кода, формируемых датчиком положения.

Таблица 3.2

| Позиция | Входные сигналы |    |    |    | Выходные сигналы |    |    |    |
|---------|-----------------|----|----|----|------------------|----|----|----|
|         | X1              | X2 | X3 | X4 | Y1               | Y2 | Y3 | Y4 |
| 0       | 0               | 0  | 0  | 0  | 0                | 0  | 0  | 1  |
| 1       | 0               | 0  | 0  | 1  | 0                | 1  | 0  | 1  |
| 2       | 0               | 0  | 1  | 0  | 0                | 1  | 0  | 0  |
| 3       | 0               | 0  | 1  | 1  | 1                | 1  | 0  | 0  |
| 4       | 0               | 1  | 0  | 0  | 1                | 1  | 0  | 1  |
| 5       | 0               | 1  | 0  | 1  | 1                | 0  | 0  | 1  |
| 6       | 0               | 1  | 1  | 0  | 1                | 0  | 0  | 0  |
| 7       | 0               | 1  | 1  | 1  | 1                | 0  | 1  | 0  |
| 8       | 1               | 0  | 0  | 0  | 1                | 0  | 1  | 1  |
| 9       | 1               | 0  | 0  | 1  | 1                | 1  | 1  | 1  |
| 10      | 1               | 0  | 1  | 0  | 1                | 1  | 1  | 0  |
| 11      | 1               | 0  | 1  | 1  | 0                | 1  | 1  | 0  |
| 12      | 1               | 1  | 0  | 0  | 0                | 1  | 1  | 1  |
| 13      | 1               | 1  | 0  | 1  | 0                | 0  | 1  | 1  |
| 14      | 1               | 1  | 1  | 0  | 0                | 0  | 1  | 0  |
| 15      | 1               | 1  | 1  | 1  | 0                | 0  | 0  | 0  |

1. Для заданной таблицы истинности записать СДНФ и СКНФ для выходных сигналов Y1, Y2, Y3, Y4 (согласно таблице с вариантами заданий).

2. Осуществить минимизацию полученных логических функций с использованием карт Карно.

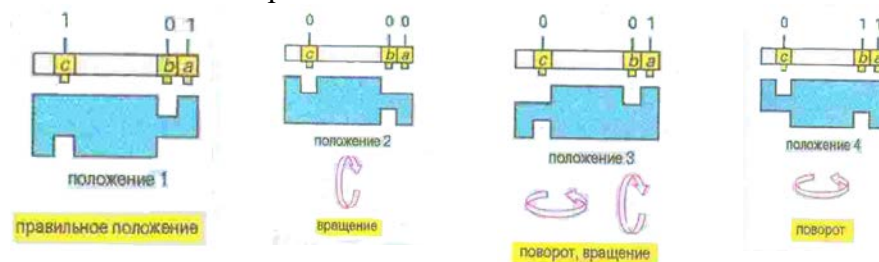
3. Построить комбинационную схему преобразователя в заданном в таблице 3.3 базисе.

**Задание 3.** Требуется разработать схему вращательно-поворотного механизма. Питатель для отштампованных из металлического листа деталей снабжен поворотным механизмом, включаемым по сигналу  $w=1$ , и механизмом вращения, включаемым по сигналу  $d=1$ . Возможно и одновременное включение обоих устройств.

Из магазина питателя штампованные детали должны поступать на пресс всегда в положении 1.



Если заготовки подаются в положениях 2, 3, или 4, они будут автоматически поворачиваться до достижения правильного положения 1.



Для этого штампованные детали опрашиваются тремя бесконтактными сигнальными датчиками  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , которые подают сигнал со значениями 0, если они находятся точно напротив места врезания, в противном случае выводится сигнал со значениями 1.

Требуется разработать схему вращательно-поворотного механизма с выходными сигналами  $w$  и  $d$  и входными сигналами  $a$ ,  $b$ ,  $c$ . Дополнительно надо составить схему, способную остановить устройство по сигналу  $s$ , когда сигнальными датчиками  $a, b, c$  фиксируется заготовка, не относящаяся к указанным четырем положениям.

1. Составить полную таблицу значений функций и отнести к комбинациям сигналов  $a$ ,  $b$ ,  $c$  соответствующие позиции и требуемые переключательные сигналы  $w$  и  $d$  (таблица истинности) и функцию останова  $s$ .

2. По полученной таблице истинности записать СДНФ и СКНФ для выходных сигналов  $w$  и  $d$  и  $s$ .

3. Осуществить минимизацию полученных логических функций (методом непосредственных преобразований или с использованием карт Карно).

4. Построить комбинационную схему в заданном базисе (таблица 3.3) для выходных сигналов  $w$  и  $d$  и  $s$ .

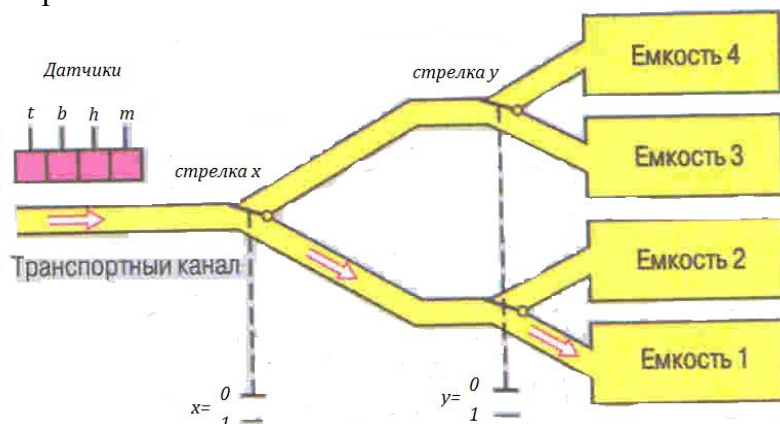
**Задание 4** Сортировочный автомат. В сортировочных автоматах заготовки прямоугольной формы перемещаются до достижения упоров.

При этом посредством предельных клавиш переключателей  $t$ ,  $b$ ,  $h$  осуществляется запрос глубины, ширины и высоты.

Сигналы означают:

глубина:  $t=1$  - длина кромки длинная,  $t=0$  - не длинная  
 ширина:  $b=1$  - длина кромки длинная,  $b=0$  - не длинная  
 высота:  $h=1$  - длина кромки длинная,  $h=0$  - не длинная  
 $m=1$  намагничиваемая,  $m=0$  не намагничиваемая

После произведенного опроса заготовки могут перемещаться по стрелке одноканального перехода  $x$  и затем по стрелке двухканального перехода  $y$  в четыре емкости 1, 2, 3 и 4. Каждая из стрелок имеет два коммутационных положения с электрическим переключением. При состоянии  $x=0$ ,  $y=0$  (отключенное) осуществляется транспортировка вправо.



Сортировка должна осуществляться таким образом, чтобы все продольные заготовки (1 кромка длинная, 2 кромки не длинные, с намагничиванием и без) попадали в емкость 1.

Все заготовки в форме пластин (2 кромки длинная, 1 кромка не длинная) и одновременно намагничиваемые детали должны собираться в емкости 2.

Для деталей с иными комбинациями признаков предназначена емкость 4, а емкость 3 должна всегда оставаться пустой.

1. Составить таблицу значений функций для всех комбинаций признаков и записать сигналы стрелок и номера емкостей.

2. По полученной таблице истинности записать СДНФ и СКНФ для выходных сигналов  $x$  и  $y$ .

3. Осуществить минимизацию полученных логических функций с использованием карт Карно.

4. Построить комбинационную схему в заданном базисе (таблица 4.3)

Таблица 3.3 – Варианты заданий

| № варианта    | 1         | 2         | 3        | 4      | 5         | 6         | 7      | 8        | 9      | 10       |
|---------------|-----------|-----------|----------|--------|-----------|-----------|--------|----------|--------|----------|
| Номер задания | 1, Y1, Y2 | 2, Y1, Y2 | 3        | 4      | 1, Y3, Y4 | 2, Y3, Y4 | 3      | 4        | 3      | 4        |
| Тип элементов | И-НЕ      | И-НЕ      | И-ИЛИ-НЕ | ИЛИ-НЕ | И-ИЛИ-НЕ  | И-ИЛИ-НЕ  | И-НЕ   | И-ИЛИ-НЕ | ИЛИ-НЕ | И-НЕ     |
| № варианта    | 11        | 12        | 13       | 14     | 15        | 16        | 17     | 18       | 19     | 20       |
| Номер задания | 1, Y1, Y3 | 2, Y1, Y2 | 3        | 4      | 1, Y3, Y4 | 2, Y2, Y4 | 3      | 4        | 3      | 4        |
| Тип элементов | ИЛИ-НЕ    | И-ИЛИ-НЕ  | И-НЕ     | ИЛИ-НЕ | И-НЕ      | ИЛИ-НЕ    | ИЛИ-НЕ | И-НЕ     | И-НЕ   | И-ИЛИ-НЕ |

#### Задание 4. Синтез конечных автоматов

Конечный автомат задан графом, определенным в задании 1 контрольной работы. Вершины графа отождествляются с состояниями автомата таким образом, что множество состояний  $Q = \{q_1, q_2, \dots, q_n\}$ .

Переход автомата из одного состояния в другое осуществляется под воздействием множества входных сигналов  $X = \{x_1, x_2, x_3\}$ . Переходы определяются законом отображения  $\Gamma$  вершин графа, причем каждому переходу соответствует только одна из букв множества  $X$ . При задании графа эти буквы расставить **произвольно**.

Автомат позволяет вырабатывать выходные сигналы  $Y = \{y_1, y_2, y_3\}$ :

$y_1$  – переход из состояния  $q_i$  в состояние  $q_j$  (петля);

$y_2$  – переход из состояния  $q_i$  в  $q_j$  при  $i < j$ ;

$y_3$  – переход из состояния  $q_i$  в  $q_j$  при  $i > j$ .

Осуществить структурный синтез конечного автомата. Реализацию осуществить на элементах, указанных в табл. 4.1, в соответствии с номером варианта.

Обязательной является минимизация реализуемых функций с использованием карт Карно.

Таблица 4.1

| № варианта    | 1    | 2        | 3      | 4        | 5    | 6      | 7    | 8        | 9    | 10     |
|---------------|------|----------|--------|----------|------|--------|------|----------|------|--------|
| Тип элементов | И-НЕ | И-ИЛИ-НЕ | ИЛИ-НЕ | И-ИЛИ-НЕ | И-НЕ | ИЛИ-НЕ | И-НЕ | И-ИЛИ-НЕ | И-НЕ | ИЛИ-НЕ |
| Тип триггера  | D    | JK       | T      | RS       | JK   | D      | RS   | T        | D    | JK     |
| № варианта    | 11   | 12       | 13     | 14       | 15   | 16     | 17   | 18       | 19   | 20     |
| Тип элементов | И-НЕ | И-ИЛИ-НЕ | ИЛИ-НЕ | И-ИЛИ-НЕ | И-НЕ | ИЛИ-НЕ | И-НЕ | И-ИЛИ-НЕ | И-НЕ | ИЛИ-НЕ |
| Тип триггера  | JK   | T        | D      | JK       | RS   | T      | D    | RS       | JK   | T      |



## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Горбатов В.А. Основы дискретной математики. – М.: Высш. шк., 1986. – 311 с.
- [2] Коршунов Ю.М. Математические основы кибернетики. – М.: Энергия, 1986.
- [3] Питерсон Дж. Теория сетей Петри и моделирование систем. – М.: Мир, 1994. – 254 с.
- [4] Павлова А.В. Математические основы теории систем: Конспект лекций для студентов специальности «Автоматическое управление в технических системах». Ч. 1. – Мн.: БГУИР, 1999. – 78 с.
- [5] Зайцев Д.А. Сети Петри и моделирование систем. Методические указания к практическим занятиям и лабораторным работам для подготовки магистров по направлению «Телекоммуникации». – Одесса, 2006
- [6] Дитмар Шмид. Управляющие системы и автоматика./ Дитмар Шмид, Альбрехт Бауман, Ханс Кауфман, Бернхард Зиппель. Пер. с нем..-10-е изд. – М.: Техносфера, 2007.– 584 с.
- [7]

## МЕТОДИЧЕСКОЕ РУКОВОДСТВО

### РЕКОМЕНДАЦИИ К ВЫПОЛНЕНИЮ ЧЕТВЕРТОГО ЗАДАНИЯ

1. Если логическая функция задана таблицей истинности, то построение СДНФ осуществляется по следующему алгоритму:
2. Выбираются наборы аргументов, на которых функция обращается в единицу;
3. Выписываются конъюнкции, соответствующие этим наборам, причем если аргумент  $x_i$  входит в набор как единица, то в конъюнкцию он вписывается без изменения. Если же аргумент  $x_i$  входит в данный набор как нуль, то в соответствующую конъюнкцию вписывается его отрицание;
4. Все выписанные конъюнкции соединяют знаком дизъюнкции.

| $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $f(x_1, x_2, x_3)$ |
|-------|-------|-------|--------------------|
| 0     | 0     | 0     | 0                  |
| 0     | 0     | 1     | 1                  |
| 0     | 1     | 0     | 1                  |
| 0     | 1     | 1     | 0                  |
| 1     | 0     | 0     | 1                  |
| 1     | 0     | 1     | 1                  |
| 1     | 1     | 0     | 0                  |
| 1     | 1     | 1     | 1                  |

$$f(x_1, x_2, x_3) = \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 \vee \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \vee x_1 x_2 x_3.$$

**Требуется разработать схему вращательно-поворотного механизма.**

Составить полную таблицу значений функций и отнести к комбинациям сигналов  $a, b, c$  соответствующие позиции и требуемые переключательные сигналы  $w$  и  $d$  (таблица истинности) и функцию останова  $s$ .

| $c$ | $b$ | $a$ | $w$ | $d$ | $s$ | <i>Примечание</i> |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-------------------|
| 0   | 0   | 0   | 0   | 1   | 0   | Положение 2       |
| 0   | 0   | 1   | 1   | 1   | 0   | Положение 3       |
| 0   | 1   | 0   | 0   | 0   | 1   | Останов           |
| 0   | 1   | 1   | 1   | 0   | 0   | Положение 4       |
| 1   | 0   | 0   | 0   | 0   | 1   | Останов           |
| 1   | 0   | 1   | 0   | 0   | 0   | Положение 1       |
| 1   | 1   | 0   | 0   | 0   | 1   | Останов           |
| 1   | 1   | 1   | 0   | 0   | 1   | Останов           |

## Сортировочный автомат.

Таблица функционирования

| $t$ | $b$ | $h$ | $m$ | $x$ | $y$ | Емкости |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|---------|
| 0   | 0   | 0   | 0   | 1   | 1   | 4       |
| 0   | 0   | 0   | 1   | 1   | 1   | 4       |
| 0   | 0   | 1   | 0   | 0   | 0   | 1       |
| 0   | 0   | 1   | 1   | 0   | 0   | 1       |
| 0   | 1   | 0   | 0   | 0   | 0   | 1       |
| 0   | 1   | 0   | 1   | 0   | 0   | 1       |
| 0   | 1   | 1   | 0   | 1   | 1   | 4       |
| 0   | 1   | 1   | 1   | 0   | 1   | 2       |
| 1   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 1       |
| 1   | 0   | 0   | 1   | 0   | 0   | 1       |
| 1   | 0   | 1   | 0   | 1   | 1   | 4       |
| 1   | 0   | 1   | 1   | 0   | 1   | 2       |
| 1   | 1   | 0   | 0   | 1   | 1   | 4       |
| 1   | 1   | 0   | 1   | 0   | 1   | 2       |
| 1   | 1   | 1   | 0   | 1   | 1   | 4       |
| 1   | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   | 4       |

## ПРИМЕР ВЫПОЛНЕНИЯ ПЯТОГО ЗАДАНИЯ

Конечный автомат задан графом, определенным в задаче 1. Вершины графа отождествляются с состояниями автомата таким образом, что множество состояний  $Q = \{q_1, q_2, \dots, q_n\}$ .

Переход автомата из одного состояния в другое осуществляется под воздействием множества входных сигналов  $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$ . Переходы определяются законом отображения  $\Gamma$  вершин графа, причем каждому переходу соответствует только одна из букв множества  $X$ . При задании графа эти буквы расставить произвольно.

Автомат позволяет вырабатывать выходные сигналы  $Y = \{y_1, y_2, y_3\}$ :

$y_1$  – переход из состояния  $q_i$  в состояние  $q_i$  (петля);

$y_2$  – переход из состояния  $q_i$  в  $q_j$  при  $i < j$ ;

$y_3$  – переход из состояния  $q_i$  в  $q_j$  при  $i > j$ .

Осуществить структурный синтез конечного автомата. Реализацию осуществить на элементах, указанных в табл. 1, в соответствии с номером варианта. Обязательной является минимизация реализуемых функций.

Таблица 1

|               |           |
|---------------|-----------|
| Тип элементов | ИЛИ<br>НЕ |
| Тип триггера  | RS        |

### **Решение:**

Множество вершин  $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6\}$ .

$$\Gamma x_1 = \{x_3, x_5, x_4, x_2\};$$

$$\Gamma x_2 = \{x_2, x_6, x_1, x_5\};$$

$$\Gamma x_3 = \{x_1, x_6\};$$

$$\Gamma x_4 = \{x_1\};$$

$$\Gamma x_5 = \{x_1, x_2\};$$

$$\Gamma x_6 = \{x_2, x_3\}.$$

Вершины графа отождествляются с состояниями автомата таким образом, что множество состояний  $Q = \{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6\}$ .

Переход автомата из одного состояния в другое осуществляется под воздействием множества входных сигналов  $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$ . **Входные сигналы расставляются произвольно.**

Автомат позволяет вырабатывать выходные сигналы  $Y = \{y_1, y_2, y_3\}$ .

На основании аналитического описания ориентированного графа из задания 1 запишем закон отображения состояний автомата:

$$\Gamma q_1 = \{q_3(x_1/y_2), q_5(x_2/y_2), q_2(x_3/y_2), q_4(x_4/y_2)\},$$

$$\Gamma q_2 = \{q_2(x_1/y_1), q_6(x_2/y_2), q_1(x_3/y_3), q_5(x_4/y_2)\},$$

$$\Gamma q_3 = \{q_1(x_1/y_3), q_6(x_2/y_2)\},$$

$$\Gamma q_4 = \{q_1(x_3/y_3)\},$$

$$\Gamma q_5 = \{q_1(x_4/y_3), q_2(x_1/y_3)\},$$

$$\Gamma q_6 = \{q_2(x_2/y_3), q_3(x_3/y_3)\}.$$

Обобщенная таблица переходов и выходов соответствующего конечного автомата представлена в табл. 2.

Таблица 2

| X              | Q | q <sub>1</sub>                 | q <sub>2</sub>                 | q <sub>3</sub>                 | q <sub>4</sub>                 | q <sub>5</sub>                 | q <sub>6</sub>                 |
|----------------|---|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|
| X <sub>1</sub> |   | q <sub>3</sub> /y <sub>2</sub> | q <sub>2</sub> /y <sub>1</sub> | q <sub>1</sub> /y <sub>3</sub> | —                              | q <sub>2</sub> /y <sub>3</sub> | —                              |
| X <sub>2</sub> |   | q <sub>5</sub> /y <sub>2</sub> | q <sub>6</sub> /y <sub>2</sub> | q <sub>6</sub> /y <sub>2</sub> | —                              | —                              | q <sub>2</sub> /y <sub>3</sub> |
| X <sub>3</sub> |   | q <sub>2</sub> /y <sub>2</sub> | q <sub>1</sub> /y <sub>3</sub> | —                              | q <sub>1</sub> /y <sub>3</sub> | —                              | q <sub>3</sub> /y <sub>3</sub> |
| X <sub>4</sub> |   | q <sub>4</sub> /y <sub>2</sub> | q <sub>5</sub> /y <sub>2</sub> | —                              | —                              | q <sub>1</sub> /y <sub>3</sub> | —                              |

Осуществим структурный синтез автомата, заданного табл. 1. В качестве элементов памяти используем RS-триггеры, в качестве элементной базы используем логические элементы ИЛИ НЕ.

$$\begin{aligned}
 n = 4 & \quad p \geq \log_2 n = \log_2 4 = 2; \quad \text{количество входов структурного автомата} \\
 m = 3 & \quad e \geq \log_2 m = \log_2 3 = 2; \quad \text{количество выходов структурного автомата} \\
 r = 6 & \quad z \geq \log_2 r = \log_2 6 = 3. \quad \text{Количество элементов памяти}
 \end{aligned}$$

Приступаем к кодированию

|                | u | u <sub>1</sub> | u <sub>2</sub> |   |
|----------------|---|----------------|----------------|---|
| x <sub>1</sub> |   | 0              | 0              | 4 |
| x <sub>2</sub> |   | 0              | 1              | 4 |
| x <sub>3</sub> |   | 1              | 0              | 4 |
| x <sub>4</sub> |   | 1              | 1              | 3 |

|                | v <sub>1</sub> | v <sub>2</sub> |   |
|----------------|----------------|----------------|---|
| y <sub>1</sub> | 1              | 0              | 1 |
| y <sub>2</sub> | 0              | 0              | 7 |
| y <sub>3</sub> | 0              | 1              | 7 |

| q              | w | w <sub>1</sub> | w <sub>2</sub> | w <sub>3</sub> |   |
|----------------|---|----------------|----------------|----------------|---|
| q <sub>1</sub> |   | 0              | 0              | 0              | 4 |
| q <sub>2</sub> |   | 1              | 0              | 0              | 4 |
| q <sub>3</sub> |   | 0              | 1              | 0              | 2 |
| q <sub>4</sub> |   | 1              | 1              | 0              | 1 |
| q <sub>5</sub> |   | 0              | 0              | 1              | 2 |
| q <sub>6</sub> |   | 0              | 1              | 1              | 2 |

На основании результатов кодирования строим обобщенную таблицу переходов и выходов структурного автомата (табл.3), заменяя состояния, входные и выходные переменные их кодами.

Таблица 3

| u <sub>1</sub> u <sub>2</sub> | w <sub>1</sub> w <sub>2</sub> w <sub>3</sub> | 000    | 100    | 010    | 110    | 001    | 011    |
|-------------------------------|--|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 00                            |  | 010/00 | 100/10 | 000/01 | —      | 100/01 | —      |
| 01                            |  | 001/00 | 011/00 | 011/00 | —      | —      | 100/01 |
| 10                            |  | 100/00 | 000/01 | —      | 000/01 | —      | 010/01 |
| 11                            |  | 110/00 | 001/00 | —      | —      | 000/01 | —      |

Используя таблицу переходов RS-триггера и данные предыдущей таблицы, составим обобщенную таблицу функционирования структурного автомата (табл.4). Функции возбуждения трех триггеров обозначены через R<sub>1</sub>S<sub>1</sub>, R<sub>2</sub>S<sub>2</sub>, R<sub>3</sub>S<sub>3</sub> соответственно.

Таблица 4

| $u_1$ | $u_2$ | $w_1(t)$ | $w_2(t)$ | $w_3(t)$ | $w_1(t+1)$ | $w_2(t+1)$ | $w_3(t+1)$ | $v_1$ | $v_2$ | $R_1$ | $S_1$ | $R_2$ | $S_2$ | $R_3$ | $S_3$ |
|-------|-------|----------|----------|----------|------------|------------|------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 0     | 0     | 0        | 0        | 0        | 0          | 1          | 0          | 0     | 0     | *     | 0     | 0     | 1     | *     | 0     |
| 0     | 1     | 0        | 0        | 0        | 0          | 0          | 1          | 0     | 0     | *     | 0     | *     | 0     | 0     | 1     |
| 1     | 0     | 0        | 0        | 0        | 1          | 0          | 0          | 0     | 0     | 0     | 1     | *     | 0     | *     | 0     |
| 1     | 1     | 0        | 0        | 0        | 1          | 1          | 0          | 0     | 0     | 0     | 1     | 0     | 1     | *     | 0     |
| 0     | 0     | 1        | 0        | 0        | 1          | 0          | 0          | 1     | 0     | 0     | *     | *     | 0     | *     | 0     |
| 0     | 1     | 1        | 0        | 0        | 0          | 1          | 1          | 0     | 0     | 1     | 0     | 0     | 1     | 0     | 1     |
| 1     | 0     | 1        | 0        | 0        | 0          | 0          | 0          | 0     | 1     | 1     | 0     | *     | 0     | *     | 0     |
| 1     | 1     | 1        | 0        | 0        | 0          | 0          | 1          | 0     | 0     | 1     | 0     | *     | 0     | 0     | 1     |
| 0     | 0     | 0        | 1        | 0        | 0          | 0          | 0          | 0     | 1     | *     | 0     | 1     | 0     | *     | 0     |
| 0     | 1     | 0        | 1        | 0        | 0          | 1          | 1          | 0     | 0     | *     | 0     | 0     | *     | 0     | 1     |
| 1     | 0     | 0        | 1        | 0        | *          | *          | *          | *     | *     | *     | *     | *     | *     | *     | *     |
| 1     | 1     | 0        | 1        | 0        | *          | *          | *          | *     | *     | *     | *     | *     | *     | *     | *     |
| 0     | 0     | 1        | 1        | 0        | *          | *          | *          | *     | *     | *     | *     | *     | *     | *     | *     |
| 0     | 1     | 1        | 1        | 0        | *          | *          | *          | *     | *     | *     | *     | *     | *     | *     | *     |
| 1     | 0     | 1        | 1        | 0        | 0          | 0          | 0          | 0     | 1     | 1     | 0     | 1     | 0     | *     | 0     |
| 1     | 1     | 1        | 1        | 0        | *          | *          | *          | *     | *     | *     | *     | *     | *     | *     | *     |
| 0     | 0     | 0        | 0        | 1        | 1          | 0          | 0          | 0     | 1     | 0     | 1     | *     | 0     | 1     | 0     |
| 0     | 1     | 0        | 0        | 1        | *          | *          | *          | *     | *     | *     | *     | *     | *     | *     | *     |
| 1     | 0     | 0        | 0        | 1        | *          | *          | *          | *     | *     | *     | *     | *     | *     | *     | *     |
| 1     | 1     | 0        | 0        | 1        | 0          | 0          | 0          | 0     | 1     | *     | 0     | *     | 0     | 1     | 0     |
| 0     | 0     | 0        | 1        | 1        | *          | *          | *          | *     | *     | *     | *     | *     | *     | *     | *     |
| 0     | 1     | 0        | 1        | 1        | 1          | 0          | 0          | 0     | 1     | 0     | 1     | 1     | 0     | 1     | 0     |
| 1     | 0     | 0        | 1        | 1        | 0          | 1          | 0          | 0     | 1     | *     | 0     | 0     | *     | 1     | 0     |
| 1     | 1     | 0        | 1        | 1        | *          | *          | *          | *     | *     | *     | *     | *     | *     | *     | *     |

По этой таблице запишем СДНФ выходных функций  $V$  и функций возбуждения триггеров  $R_1, S_1, R_2, S_2, R_3, S_3$ , зависящих от набора переменных  $u_1, u_2, w_1(t), w_2(t), w_3(t)$ .

В результате получим систему логических функций для построения комбинационной части автомата:

$$V_1 = \bar{u}_1 \bar{u}_2 w_1 \bar{w}_2 \bar{w}_3.$$

$$V_2 = u_1 \bar{u}_2 w_1 \bar{w}_2 \bar{w}_3 \vee \bar{u}_1 \bar{u}_2 \bar{w}_1 w_2 \bar{w}_3 \vee u_1 \bar{u}_2 w_1 w_2 \bar{w}_3 \vee \bar{u}_1 \bar{u}_2 \bar{w}_1 \bar{w}_2 w_3 \vee u_1 u_2 \bar{w}_1 \bar{w}_2 w_3 \vee \bar{u}_1 u_2 \bar{w}_1 w_2 w_3 \vee u_1 \bar{u}_2 \bar{w}_1 w_2 w_3.$$

$$R_1 = \bar{u}_1 u_2 w_1 \bar{w}_2 \bar{w}_3 \vee u_1 \bar{u}_2 w_1 \bar{w}_2 \bar{w}_3 \vee u_1 u_2 w_1 \bar{w}_2 \bar{w}_3 \vee u_1 \bar{u}_2 w_1 w_2 \bar{w}_3.$$

$$S_1 = u_1 \bar{u}_2 \bar{w}_1 \bar{w}_2 \bar{w}_3 \vee u_1 u_2 \bar{w}_1 \bar{w}_2 \bar{w}_3 \vee \bar{u}_1 \bar{u}_2 \bar{w}_1 \bar{w}_2 w_3 \vee \bar{u}_1 u_2 \bar{w}_1 w_2 w_3.$$

$$R_2 = \bar{u}_1 \bar{u}_2 \bar{w}_1 w_2 \bar{w}_3 \vee u_1 \bar{u}_2 w_1 w_2 \bar{w}_3 \vee \bar{u}_1 u_2 \bar{w}_1 w_2 w_3.$$

$$S_2 = \bar{u}_1 \bar{u}_2 \bar{w}_1 \bar{w}_2 \bar{w}_3 \vee u_1 u_2 \bar{w}_1 \bar{w}_2 \bar{w}_3 \vee \bar{u}_1 u_2 w_1 \bar{w}_2 \bar{w}_3.$$

$$R_3 = \bar{u}_1 \bar{u}_2 \bar{w}_1 w_2 w_3 \vee u_1 u_2 \bar{w}_1 \bar{w}_2 w_3 \vee \bar{u}_1 u_2 \bar{w}_1 w_2 w_3 \vee u_1 \bar{u}_2 \bar{w}_1 w_2 w_3.$$

$$S_3 = \bar{u}_1 u_2 \bar{w}_1 \bar{w}_2 \bar{w}_3 \vee \bar{u}_1 u_2 w_1 \bar{w}_2 \bar{w}_3 \vee u_1 u_2 w_1 \bar{w}_2 \bar{w}_3 \vee \bar{u}_1 u_2 \bar{w}_1 w_2 \bar{w}_3$$

Минимизируем функции согласно картам Карно:

| $V_1$                 | $w_1 \bar{w}_2 w_3$ | $w_1 w_2 w_3$ | $w_1 w_2 \bar{w}_3$ | $w_1 \bar{w}_2 \bar{w}_3$ | $\bar{w}_1 \bar{w}_2 \bar{w}_3$ | $\bar{w}_1 w_2 \bar{w}_3$ | $\bar{w}_1 w_2 w_3$ | $\bar{w}_1 \bar{w}_2 w_3$ |
|-----------------------|---------------------|---------------|---------------------|---------------------------|---------------------------------|---------------------------|---------------------|---------------------------|
| $\bar{u}_1 \bar{u}_2$ | *                   | *             | *                   | 1                         | 0                               | 0                         | *                   | 0                         |
| $\bar{u}_1 u_2$       | *                   | *             | *                   | 0                         | 0                               | 0                         | 0                   | *                         |
| $u_1 u_2$             | *                   | *             | *                   | 0                         | 0                               | *                         | *                   | 0                         |
| $u_1 \bar{u}_2$       | *                   | *             | 0                   | 0                         | 0                               | *                         | 0                   | *                         |

$$V_1 = \bar{u}_1 \bar{u}_2 \bar{w}_1$$

| $V_2$                 | $w_1 \bar{w}_2 w_3$ | $w_1 w_2 w_3$ | $w_1 w_2 \bar{w}_3$ | $w_1 \bar{w}_2 \bar{w}_3$ | $\bar{w}_1 \bar{w}_2 \bar{w}_3$ | $\bar{w}_1 w_2 \bar{w}_3$ | $\bar{w}_1 w_2 w_3$ | $\bar{w}_1 \bar{w}_2 w_3$ |
|-----------------------|---------------------|---------------|---------------------|---------------------------|---------------------------------|---------------------------|---------------------|---------------------------|
| $\bar{u}_1 \bar{u}_2$ | *                   | *             | *                   | 0                         | 0                               | 1                         | *                   | 1                         |
| $\bar{u}_1 u_2$       | *                   | *             | *                   | 0                         | 0                               | 0                         | 1                   | 0                         |
| $u_1 u_2$             | *                   | *             | *                   | 0                         | 0                               | *                         | *                   | 1                         |
| $u_1 \bar{u}_2$       | *                   | *             | 1                   | 1                         | 0                               | *                         | 1                   | 0                         |

$$V_2 = u_1 w_2 \vee \bar{u}_1 \bar{u}_2 w_2 \vee w_2 w_3 \vee \bar{u}_1 \bar{u}_2 w_3 \vee u_1 u_2 w_3$$

| $R_1$                 | $w_1 \bar{w}_2 w_3$ | $w_1 w_2 w_3$ | $w_1 w_2 \bar{w}_3$ | $w_1 \bar{w}_2 \bar{w}_3$ | $\bar{w}_1 \bar{w}_2 \bar{w}_3$ | $\bar{w}_1 w_2 \bar{w}_3$ | $\bar{w}_1 w_2 w_3$ | $\bar{w}_1 \bar{w}_2 w_3$ |
|-----------------------|---------------------|---------------|---------------------|---------------------------|---------------------------------|---------------------------|---------------------|---------------------------|
| $\bar{u}_1 \bar{u}_2$ | *                   | *             | *                   | 0                         | *                               | *                         | *                   | 0                         |
| $\bar{u}_1 u_2$       | *                   | *             | *                   | 1                         | *                               | *                         | 0                   | *                         |
| $u_1 u_2$             | *                   | *             | *                   | 1                         | 0                               | *                         | *                   | *                         |
| $u_1 \bar{u}_2$       | *                   | *             | 1                   | 1                         | 0                               | *                         | *                   | *                         |

$$R_1 = \bar{u}_1 u_2 w_1 \vee u_1 w_1$$

| $S_1$                 | $w_1 \bar{w}_2 w_3$ | $w_1 w_2 w_3$ | $w_1 w_2 \bar{w}_3$ | $w_1 \bar{w}_2 \bar{w}_3$ | $\bar{w}_1 \bar{w}_2 \bar{w}_3$ | $\bar{w}_1 w_2 \bar{w}_3$ | $\bar{w}_1 w_2 w_3$ | $\bar{w}_1 \bar{w}_2 w_3$ |
|-----------------------|---------------------|---------------|---------------------|---------------------------|---------------------------------|---------------------------|---------------------|---------------------------|
| $\bar{u}_1 \bar{u}_2$ | *                   | *             | *                   | *                         | 0                               | 0                         | *                   | 1                         |
| $\bar{u}_1 u_2$       | *                   | *             | *                   | 0                         | 0                               | 0                         | 1                   | *                         |
| $u_1 u_2$             | *                   | *             | *                   | 0                         | 1                               | *                         | *                   | 0                         |
| $u_1 \bar{u}_2$       | *                   | *             | 0                   | 0                         | 1                               | *                         | 0                   | *                         |

$$S_1 = \bar{u}_1 w_3 \vee u_1 \bar{w}_1 \bar{w}_3$$

| $R_2$                 | $w_1 \bar{w}_2 w_3$ | $w_1 w_2 w_3$ | $w_1 w_2 \bar{w}_3$ | $w_1 \bar{w}_2 \bar{w}_3$ | $\bar{w}_1 \bar{w}_2 \bar{w}_3$ | $\bar{w}_1 w_2 \bar{w}_3$ | $\bar{w}_1 w_2 w_3$ | $\bar{w}_1 \bar{w}_2 w_3$ |
|-----------------------|---------------------|---------------|---------------------|---------------------------|---------------------------------|---------------------------|---------------------|---------------------------|
| $\bar{u}_1 \bar{u}_2$ | *                   | *             | *                   | *                         | 0                               | 1                         | *                   | *                         |
| $\bar{u}_1 u_2$       | *                   | *             | *                   | 0                         | *                               | 0                         | 1                   | *                         |
| $u_1 u_2$             | *                   | *             | *                   | *                         | 0                               | *                         | *                   | *                         |
| $u_1 \bar{u}_2$       | *                   | *             | 1                   | *                         | *                               | *                         | 0                   | *                         |

$$R_2 = \bar{u}_2 w_1 \vee u_2 w_3 \vee \bar{u}_1 \bar{u}_2 w_2$$

| $S_2$                 | $w_1 \bar{w}_2 w_3$ | $w_1 w_2 w_3$ | $w_1 w_2 \bar{w}_3$ | $w_1 \bar{w}_2 \bar{w}_3$ | $\bar{w}_1 \bar{w}_2 \bar{w}_3$ | $\bar{w}_1 w_2 \bar{w}_3$ | $\bar{w}_1 w_2 w_3$ | $\bar{w}_1 \bar{w}_2 w_3$ |
|-----------------------|---------------------|---------------|---------------------|---------------------------|---------------------------------|---------------------------|---------------------|---------------------------|
| $\bar{u}_1 \bar{u}_2$ | *                   | *             | *                   | 0                         | 1                               | 0                         | *                   | 0                         |
| $\bar{u}_1 u_2$       | *                   | *             | *                   | 1                         | 0                               | *                         | 0                   | *                         |
| $u_1 u_2$             | *                   | *             | *                   | 0                         | 1                               | *                         | *                   | 0                         |
| $u_1 \bar{u}_2$       | *                   | *             | 0                   | 0                         | 0                               | *                         | *                   | *                         |

$$S_2 = \bar{u}_1 u_2 w_1 \vee u_1 u_2 \bar{w}_1 \bar{w}_3 \vee \bar{u}_1 \bar{u}_2 \bar{w}_1 \bar{w}_2 \bar{w}_3$$

| $R_3$                 | $w_1 \bar{w}_2 w_3$ | $w_1 w_2 w_3$ | $w_1 w_2 \bar{w}_3$ | $w_1 \bar{w}_2 \bar{w}_3$ | $\bar{w}_1 \bar{w}_2 \bar{w}_3$ | $\bar{w}_1 w_2 \bar{w}_3$ | $\bar{w}_1 w_2 w_3$ | $\bar{w}_1 \bar{w}_2 w_3$ |
|-----------------------|---------------------|---------------|---------------------|---------------------------|---------------------------------|---------------------------|---------------------|---------------------------|
| $\bar{u}_1 \bar{u}_2$ | *                   | *             | *                   | *                         | *                               | *                         | *                   | 1                         |
| $\bar{u}_1 u_2$       | *                   | *             | *                   | 0                         | 0                               | 0                         | 1                   | *                         |
| $u_1 u_2$             | *                   | *             | *                   | 0                         | *                               | *                         | *                   | 1                         |
| $u_1 \bar{u}_2$       | *                   | *             | *                   | *                         | *                               | *                         | 1                   | *                         |

$$R_3 = \bar{u}_2 \vee w_3$$

| $S_3$                 | $w_1 \bar{w}_2 w_3$ | $w_1 w_2 w_3$ | $w_1 w_2 \bar{w}_3$ | $w_1 \bar{w}_2 \bar{w}_3$ | $\bar{w}_1 \bar{w}_2 \bar{w}_3$ | $\bar{w}_1 w_2 \bar{w}_3$ | $\bar{w}_1 w_2 w_3$ | $\bar{w}_1 \bar{w}_2 w_3$ |
|-----------------------|---------------------|---------------|---------------------|---------------------------|---------------------------------|---------------------------|---------------------|---------------------------|
| $\bar{u}_1 \bar{u}_2$ | *                   | *             | *                   | 0                         | 0                               | 0                         | *                   | 0                         |
| $\bar{u}_1 u_2$       | *                   | *             | *                   | 1                         | 1                               | 1                         | 0                   | *                         |
| $u_1 u_2$             | *                   | *             | *                   | 1                         | 0                               | *                         | *                   | 0                         |
| $u_1 \bar{u}_2$       | *                   | *             | 0                   | 0                         | 0                               | *                         | 0                   | *                         |

$$S_3 = u_2 w_1 \vee \bar{u}_1 u_2 \bar{w}_3$$



Осуществим переход в базис ИЛИ-НЕ

$$V_1 = \overline{u_1} \overline{u_2} \overline{w_1} = \overline{u_1 u_2 w_1} = u_1 + u_2 + w_1$$

$$V_2 = u_1 w_2 \vee \overline{u_1} \overline{u_2} w_2 \vee w_2 w_3 \vee \overline{u_1} \overline{u_2} w_3 \vee u_1 u_2 w_3 = \overline{u_1 w_2} \vee \overline{\overline{u_1} \overline{u_2} w_2} \vee \overline{w_2 w_3} \vee \overline{\overline{u_1} \overline{u_2} w_3} \vee \overline{u_1 u_2 w_3} = \\ = \overline{\overline{u_1} \vee \overline{w_2} \vee u_1} \vee \overline{u_2 \vee \overline{w_2} \vee \overline{w_3}} \vee \overline{u_1 \vee u_2 \vee \overline{w_3}} \vee \overline{\overline{u_1} \vee \overline{u_2} \vee \overline{w_3}}$$

$$R_1 = \overline{u_1} u_2 w_1 \vee u_1 w_1 = \overline{\overline{u_1} u_2 w_1} \vee \overline{u_1 w_1} = \overline{u_1 \vee \overline{u_2} \vee \overline{w_1}} \vee \overline{u_1 \vee w_1}$$

$$S_1 = \overline{u_1} w_3 \vee u_1 \overline{w_1} \overline{w_3} = \overline{\overline{u_1} w_3} \vee \overline{u_1 \overline{w_1} \overline{w_3}} = \overline{u_1 \vee \overline{w_3}} \vee \overline{\overline{u_1} \vee w_1 \vee w_3}$$

$$R_2 = \overline{u_2} w_1 \vee u_2 w_3 \vee \overline{u_1} \overline{u_2} w_2 = \overline{\overline{u_2} w_1} \vee \overline{u_2 w_3} \vee \overline{\overline{u_1} \overline{u_2} w_2} = \overline{u_2 \vee \overline{w_1}} \vee \overline{u_2 \vee \overline{w_3}} \vee \overline{u_1 \vee u_2 \vee \overline{w_2}}$$

$$S_2 = \overline{u_1} u_2 w_1 \vee u_1 u_2 \overline{w_1} \overline{w_3} \vee \overline{u_1} \overline{u_2} \overline{w_1} \overline{w_2} \overline{w_3} = \overline{\overline{u_1} u_2 w_1} \vee \overline{u_1 u_2 \overline{w_1} \overline{w_3}} \vee \overline{\overline{u_1} \overline{u_2} \overline{w_1} \overline{w_2} \overline{w_3}} = \\ = \overline{u_1 \vee \overline{u_2} \vee \overline{w_1}} \vee \overline{\overline{u_1} \vee \overline{u_2} \vee w_1 \vee w_3} \vee \overline{u_1 \vee u_2 \vee w_1 \vee w_2 \vee w_3}$$

$$R_3 = \overline{u_2} \vee w_3$$

$$S_3 = u_2 w_1 \vee \overline{u_1} u_2 \overline{w_3} = \overline{u_2 w_1} \vee \overline{\overline{u_1} u_2 \overline{w_3}} = \overline{u_2 \vee \overline{w_1}} \vee \overline{u_1 \vee \overline{u_2} \vee w_3}$$